



Cortesia: Yokogawa

Il wattmetro e le misure di potenza

Il wattmetro è uno strumento semplice sempre presente nella vita di tutti i giorni, anche se non lo sappiamo. Con il suo aiuto le misure di potenza elettrica sono a noi vicine più di quanto si pensi

Flavio Criseo - 1ª parte

Da tempo, nelle pagine de Il Cinescopio, abbiamo iniziato lo studio delle strumentazioni elettroniche di misura.

Una delle misurazioni, spesso effettuata da multimetri digitali, è la misura della potenza elettrica assorbita da un determinato carico R. Per conoscere e capire bene come funzioni un wattmetro digitale però, è indispensabile sapere bene come si effettua la misurazione con un wattmetro analogico (detto più propriamente "elettromeccanico"). Il contatore, che per anni ha effettuato la lettura dell'energia elettrica assorbita nelle nostre ca-

se, non è altro che un wattmetro elettromeccanico, lo strumento che per anni è stato presente in tutte le case degli italiani e che l'ENEL sta al momento sostituendo con i moderni wattmetri elettronici.

Conoscere bene il suo principio di funzionamento, unitamente all'aver visto come funzionano i circuiti S&H e i diversi tipi di convertitori A/D - D/A, ci consente di comprendere come funzionino i moderni contatori digitali e ci permette di conoscere bene il funzionamento di qualsiasi wattmetro impiegato anche in un laboratorio service.

Indice di scala di uno strumento elettromeccanico

Ogni strumento elettromeccanico appartiene a una classe ben precisa. La classe di appartenenza dà informazioni sull'accuratezza con la quale sono effettuate le letture.

Le classificazioni sono rappresentate da un numero (indice di classe) che, partendo da un valore di circa 2,5, decresce fino a 0,05. Minore sarà la classe di appartenenza, maggiore sarà la precisione della lettura effettuata.

L'indice di classe per uno strumento elettromeccanico è dato da:

$$i.cl. = \frac{\Delta_{\max}}{f.s.} \cdot 100 \quad (1)$$

Il termine $\Delta_{\max}$ è chiamato incertezza relativa dello strumento; se ci riferiamo a una tensione abbiamo ΔV , se consideriamo una corrente abbiamo ΔI .

Con la sigla *f.s.*, si è invece soliti indicare il fondo scala dello strumento. È risaputo che, ogni qualvolta si effettui una lettura, la prima operazione da effettuare è regolare lo strumento con il corretto fondo scala in modo da permettere una lettura corretta. L'incertezza della lettura effettuata dipende fortemente da *i.cl.*

Un breve esempio

Ammettiamo di effettuare la misurazione di una tensione con due strumenti analogici (o elettromeccanici) differenti.

Si vuole misurare una tensione V (ad esempio pari a 10V) ai capi di un resistore R . I due strumenti meccanici presentano rispettivamente *i.cl.* di 1,5 e di 0,05.

Questi valori sono sempre trascritti nel libretto informativo fornito dal costruttore dello strumento.

Per poter leggere 10 V sarà necessario (ad esempio) porci con un *f.s.* di 15 V. Considerando la (1), per il primo strumento avremo:

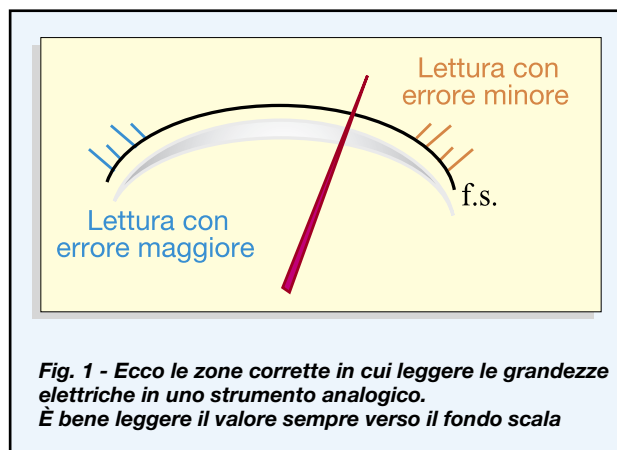
$$\Delta V = \frac{i.cl. \cdot f.s.}{100} = \frac{1,5 \cdot 15 V}{100} = 0,225 V = 225 \text{ mV}$$

Mentre per il secondo strumento avremo:

$$\Delta V = \frac{i.cl. \cdot f.s.}{100} = \frac{0,05 \cdot 15 V}{100} = 0,0075 V = 7,5 \text{ mV}$$

Paragonando i ΔV ottenuti dai due strumenti, notiamo come lo strumento con minore *i.cl.* presenti un'incertezza nella lettura molto inferiore rispetto allo strumento con *i.cl.* = 1,5.

Da questo si comprende come, a prescindere dalla scelta della portata di fondo scala, il primo strumento presenta un'incertezza nella misura maggiore rispetto al secondo.



Chiaramente, lo strumento con *i.cl.* maggiore sarà più economico rispetto a quello con *i.cl.* minore.

Di norma, gli strumenti portatili (ad esempio: tester, multimetri, ecc.) presentano un *i.cl.* pari a 1.

L'errore percentuale nella lettura sarà dato dal rapporto fra ΔV e la tensione visualizzata nel quadrante.

Rappresentando con:

$$\Delta\% = \frac{\Delta V}{V} \cdot 100 \quad (2)$$

tale errore, nei due strumenti con *i.cl.* differente avremo:

$$\Delta\% = \frac{\Delta V}{V} \cdot 100 = \frac{i.cl. \cdot f.s.}{100} \cdot \frac{100}{V} = (i.cl. = 1,5) = \frac{1,5 \cdot 15 V}{100} \cdot \frac{100}{10 V} = 2,25\%$$

$$\Delta\% = \frac{\Delta V}{V} \cdot 100 = \frac{i.cl. \cdot f.s.}{100} \cdot \frac{100}{V} = (i.cl. = 0,05) = \frac{0,05 \cdot 15 V}{100} \cdot \frac{100}{10 V} = 0,075\%$$

com'era prevedibile, il secondo strumento ha un errore percentuale di lettura molto inferiore rispetto al primo.

Un'altra importante considerazione da fare è la seguente: spesso capita sentirsi dire che "la lettura di una certa grandezza elettrica (tensione o corrente che sia) deve essere effettuata ponendo il fondo scala dello strumento con la portata più prossima al valore da misurare.

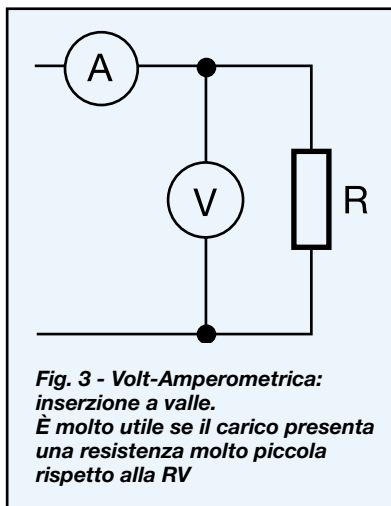
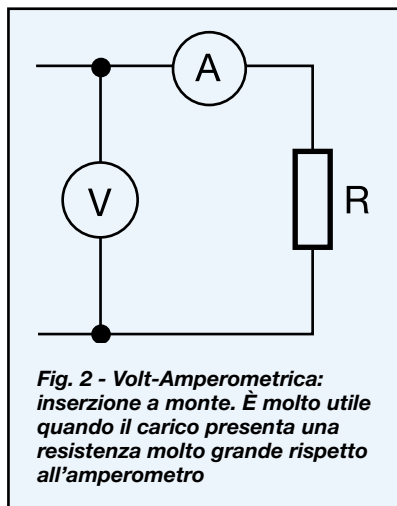
In questo modo, la lettura visualizzata sul quadrante avrà l'errore più piccolo possibile".

Molti sanno che è così, però non sanno il perché.

Se guardiamo per un attimo la (2) ci accorgiamo come il numeratore presenti il *f.s.* (da noi impostato), mentre al denominatore abbiamo il valore visualizzato.

Se scegliamo il *f.s.* in modo che sia quasi uguale al valore letto, l'errore in lettura sarà il più piccolo possibile.

Conseguentemente la lettura sarà la meno incerta possibile (con quel dato strumento).



Vediamo la **Fig. 2**; si vuole misurare la potenza che eroga un possibile generatore G (qui non disegnato per semplificare lo schema) su di un resistore R .

La connessione visibile in Fig. 2 è chiamata Inserzione a monte. Tale connessione è così chiamata perché il voltmetro è posizionato a monte dell'ampmetro.

La potenza che il generatore G fornirà al resistore sarà data dalla somma della potenza assorbita dalla R più la potenza assorbita (se pur piccola) dall'ampmetro. Quindi, la resistenza R complessiva vista dal voltmetro, non sarà solamente la R di Fig. 2 ma:

$$R_{\text{tot}} = R_{\text{amp}} + R \quad (6)$$

Ammettiamo che il primo strumento venga posto non a 15 V f.s., bensì a 30 V f.s.; misurando sempre i nostri 10 V ai capi della resistenza R avremo che, l'errore percentuale di lettura sarebbe raddoppiato. Infatti:

$$\Delta V \% = \frac{\Delta V}{V} 100 = \frac{i.c.l. \cdot f.s.}{100} \cdot \frac{100}{V} = (i.c.l. = 1,5) = \frac{1,5 \cdot 30 V}{100} \cdot \frac{100}{10 V} = 4,5\%$$

Ecco perché è importante porre il fondo scala di un tester alla portata più vicina possibile rispetto al valore da misurare; nella **Fig. 1** è possibile vedere come, misurando un determinato valore vicino al fondo scala, l'errore di lettura sia inferiore rispetto all'inizio scala.

Inserzione a valle o a monte?

Una misura di potenza elettrica è data dal prodotto di due termini, una tensione e una corrente.

La potenza elettrica può essere:

A: Potenza Apparente
espressa in Volt-Amper (VA)

P: Potenza Attiva
espressa in Watt (W)

Q: Potenza Reattiva
espressa in Volt-Amper-reattivi (VAR)

nel primo caso abbiamo il prodotto $A = VI$, (3)

nel secondo caso $P = VI \cos \varphi$, (4)

nel terzo caso $Q = VI \sin \varphi$, (5)

L'angolo φ è l'angolo di sfasamento fra la corrente e la tensione misurata nell'istante considerato (lo vedremo meglio più avanti).

Per conoscere la potenza attiva P (ad esempio) dobbiamo avere quindi due strumenti, un amperometro e un voltmetro.

Si è detto che ogni strumento presenta un'incertezza percentuale. La nostra misura dovrà tenere conto di tutto questo.

dove con R_{amp} si rappresenta la resistenza equivalente data dall'ampmetro. Da quanto visto in precedenza, per l'ampmetro avremo:

$$\Delta I \% = \frac{\Delta I}{I} 100$$

mentre per il voltmetro abbiamo:

$$\Delta V \% = \frac{\Delta V}{V} 100$$

Com'è noto, la R_{tot} vista nella (6) è data da:

$$R_{\text{tot}} = \frac{V}{I} \quad (7)$$

dato che gli strumenti presentano degli errori percentuali, avremo:

$$\Delta R \% = \Delta V \% + \Delta I \% \quad (8)$$

l'errore percentuale della lettura sulla nostra R sarà:

$$\Delta R \% = \frac{\frac{R_{\text{tot}} \Delta R_{\text{tot}}}{R_{\text{tot}}} 100 + \frac{R_A \Delta R_A}{R_A} 100}{R} \quad (9)$$

se l'ampmetro presenta una R_A molto piccola, la (9) può essere riscritta in questo modo:

$$\Delta R \% = \frac{R_{\text{tot}} \Delta R_{\text{tot}} \%}{R} \quad (10)$$

Passiamo adesso alla **Fig. 3**; questa connessione è detta Inserzione a valle (per ovvi motivi).

Rispetto all'inserzione a monte, il resistore R_{tot} è dato non dalla serie di due resistori, ma dal parallelo della R_V intrinseca del voltmetro con la R presente nel circuito.

Abbiamo quindi:

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \quad (11)$$

ovvero:

$$R_{tot} = \frac{R_V R}{R_V + R} \quad (11)$$

Se, come nella pratica accade, la R_V è molto grande rispetto alla R , allora la $R_{tot} \approx R$. Quindi:

$$\Delta R_{tot} \% \Rightarrow \Delta R \% = \Delta V \% + \Delta I \%$$

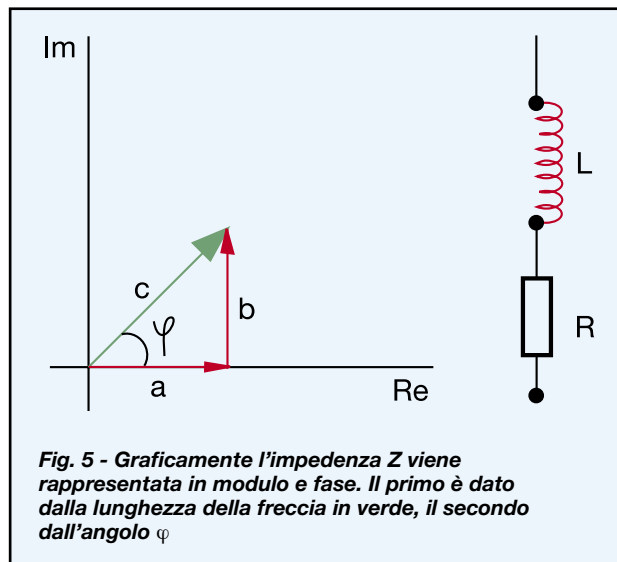
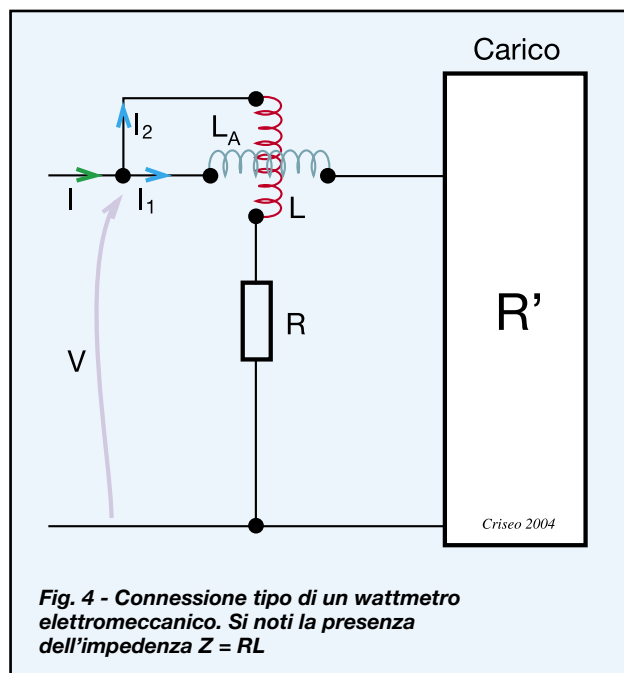
In conclusione considerando che è bene scegliere l'inserzione avente l'incertezza più piccola possibile, se ne deduce che:

- se la R è piccola, scegliamo l'inserzione a valle (perché la R_V è grande), in modo da avere $R_{tot} \approx R$.
- se la R è grande, scegliamo l'inserzione a monte perché la R_A è trascurabile rispetto a R .

La misura di potenza elettrica

L'equivalente alla connessione vista in Fig. 2 è rappresentata in Fig. 4.

Abbiamo una bobina L_A , in serie al carico (R') e una, L , in parallelo.



Ammettiamo che il carico R' sia connesso a una tensione alternata.

Conoscere la potenza assorbita significa calcolarne la potenza attiva, così come visto nella (4): $P = VI \cos \varphi$.

Dato che la bobina L è posta prima della bobina amperometrica L_A , abbiamo una inserzione a monte (la ΔR % è quindi quella vista nella (10)).

Data la (4), appare chiaro che un qualsiasi wattmetro dovrà sempre effettuare una misura volt-amperometrica.

La (4) ci dice che la L deve effettuare una misura in Volt, la L_A in Ampere e, infine, moltiplicare il tutto per il coseno dell'angolo compreso fra V e I .

Per l'amperometro tutto è abbastanza semplice, basta infatti inserire la L_A in serie al carico R' , per il voltmetro invece le cose cambiano; dobbiamo fare passare attraverso la L una corrente I_2 proporzionale alla tensione V .

Come si vede in Fig. 4, la L presenta un resistore R in serie.

La serie RL genera un'impedenza Z che, secondo Ohm, darà una tensione:

$$V = Z I_2 \quad (12)$$

Esplicitando la Z e sostituendola nella (12) abbiamo:

$$Z = R + j\omega L \Rightarrow V = I_2 (R + j\omega L) \quad (13)$$

il numero complesso $R + j\omega L$ può essere rappresentato così come visibile in Fig. 5.

Abbiamo una parte reale Re e una immaginaria Im . Nella Fig. 5 è rappresentato il triangolo rettangolo con cateti a e b e ipotenusa c .

Il rapporto fra a e b rappresenta il rapporto fra la parte reale Re e l'immaginaria Im .

Tale rapporto è sovente indicato con il termine Q , chiamato fattore di qualità del gruppo RL .



A una certa frequenza f_0 avremo quindi un certo Q_0 che, se Z è di buona qualità, dovrà avere un valore molto grande.

Ammettiamo che Q_0 sia pari a 100, avremo quindi:

$$Q_0 = \frac{a}{b} = \frac{R}{\omega_0 L} = 100 \quad (14)$$

Il Modulo di Z

Il modulo dell'impedenza Z è, come si può facilmente immaginare, dato da

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad (15)$$

Per avere una tensione V proporzionale alla corrente I_2 dobbiamo ottenere, alla frequenza di risonanza f_0 , il modulo di $Z \approx R$.

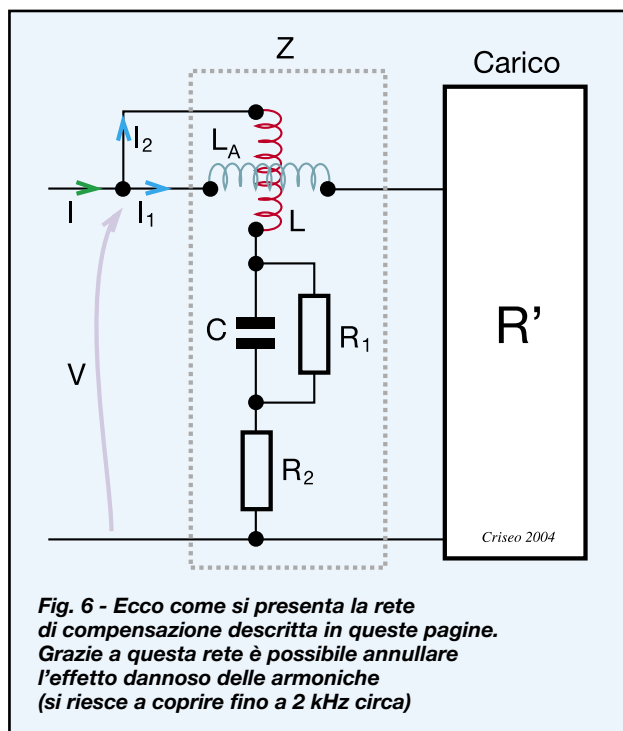
Ecco perché Q_0 dovrà essere di valore elevato.

La fase di Z

La fase (chiamata anche argomento "arg") della tensione V è data dalla somma delle fasi dell'impedenza Z e della corrente I_2 .

$$\arg(V) = \arg(Z) + \arg(I_2) \quad (16)$$

Vediamo adesso se V e I_2 sono in fase fra loro (in questo modo sarebbe lecito trascurarne l'argomento dato dalla Z).



L'argomento dell'impedenza Z è pari a:

$$\arg Z = \arctg \frac{\omega L}{R} = \varepsilon \quad (17)$$

Il termine ε rappresenta quanti gradi la corrente sia sfasata rispetto alla tensione.

Per la (14) possiamo dire che:

$$\varepsilon = 0,57^\circ$$

Inserendo l'impedenza Z , alla frequenza di risonanza f_0 commettiamo un errore di fase di poco più di mezzo grado. Dato che l'errore è molto piccolo possiamo trascurarlo.

È lecito assumere quindi che, alla frequenza f_0 , l'impedenza Z si comporta come una resistenza pura (R) e che quindi la tensione V ai suoi capi sarà proporzionale alla corrente I_2 che l'attraversa.

L'errore sulla potenza attiva P

Se ε non fosse stata trascurabile, la (4) sarebbe divenuta:

$$P = VI \cos(\varphi - \varepsilon) \quad (18)$$

di conseguenza l'errore percentuale del wattmetro sarebbe stato:

$$\Delta P \% = 100 \cdot \varepsilon \cdot \operatorname{Tg} \varphi \quad (19)$$

per avere un ε pressoché nullo si adotta una rete elettrica detta "rete di compensazione".

L'impedenza Z appena vista sarà formata non più da una serie RL , bensì da un circuito simile a quello in Fig. 6.

Rispetto alla Fig. 4, si noti la presenza di altri due componenti posti fra loro in parallelo: la R_1 e il condensatore C .

L'impedenza complessiva Z dovrà tenere conto di questi due nuovi componenti. Pertanto avremo:

$$Z \approx j\omega L + R_1 (1 - j\omega R_1 C) + R_2 \quad (20)$$

imponendo l'eguaglianza $L = R_1^2 C$ otterremo una Z pari alla somma dei due resistori R_1 e R_2 , ovvero una pura resistenza (così come avevamo fatto in precedenza).

Il vantaggio di questa rete di compensazione, rispetto alla Z vista precedentemente, consiste nel fatto che la Z si comporterà come una resistenza non soltanto per una ben precisa frequenza f_0 , ma per molti altri valori di frequenza.

Le armoniche successive alla frequenza fondamentale saranno influenti sulla misura della potenza perché diminuiranno moltissimo.

Come esito finale avremo un errore in lettura della potenza attiva P piccolissimo.

- continua -